

R. Cerbino

Problemi di Fisica Biomedica



PROBLEMI DI FISICA BIOMEDICA

Roberto Cerbino



PROBLEMI DI FISICA BIOMEDICA

Roberto Cerbino

Copyright © 2019, EdiSES S.r.l. – Napoli

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2023	2022	2021	2020	2019					

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale, del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.

L'Editore

L'Editore ha effettuato quanto in suo potere per richiedere il permesso di riproduzione del materiale di cui non è titolare del copyright e resta comunque a disposizione di tutti gli eventuali aventi diritto.

ROBERTO CERBINO – Professore associato – Università degli Studi di Milano –
Dipartimento di Biotecnologie Mediche e Medicina Traslazionale

Fotocomposizione: domabook di Massimo Di Grazia

Stampato presso la: Vulcanica s.r.l. Nola, Napoli

per conto della

EdiSES S.r.l. – Piazza Dante, 89 – Napoli

Tel. 0817441706-07 Fax 0817441705

www.edises.it

info@edises.it

ISBN 978 88 3319 039 6

Roberto Cerbino è professore associato di Fisica applicata (a beni culturali, ambientali, biologia e medicina) presso il Dipartimento di Biotecnologie Mediche e Medicina Traslazionale dell'Università degli Studi di Milano, a cui afferisce dal 2007 con incarichi di insegnamento in svariati corsi di laurea di ambito biomedico. Svolge la sua attività di ricerca nei campi della biofisica e della fisica della materia soffice.

Questa raccolta di problemi è stata progettata con lo scopo di permettere al lettore lo sviluppo di una metodologia per la risoluzione dei problemi di Fisica applicata, in particolare in campo biomedico, fornendo al contempo una sintetica presentazione dei concetti fondamentali e delle applicazioni della Fisica. Gli argomenti trattati nei problemi sono per lo più di indirizzo medico-biologico, ma anche riguardanti aspetti di vita quotidiana. Esercitarsi con questo testo può tornare utile a studenti di vari corsi di laurea di indirizzo medico-biologico compresi quelli in Scienze naturali, in Veterinaria e in Farmacia.

Il testo è costituito da 5 capitoli: Meccanica (Cinematica, Statica, Dinamica e Meccanica dei fluidi), Fenomeni termici, Eletticità e Magnetismo, Fenomeni ondulatori, Materia e Radiazione. Ciascuno di essi comprende alcuni problemi esemplificativi risolti in modo dettagliato – con spiegazioni, ragionamenti e commenti sui principi di Fisica impiegati – seguiti da un gran numero di problemi con una descrizione più sommaria della soluzione e infine da ulteriori problemi proposti con brevi suggerimenti per la soluzione e il risultato.

Mi auguro che i problemi proposti possano servire da stimolo per l'apprendimento e per l'applicazione della Fisica.

Roberto Cerbino

CAPITOLO 1	MECCANICA: CINEMATICA, STATICA, DINAMICA E MECCANICA DEI FLUIDI	1
1.1	INTRODUZIONE	1
1.2	RISOLUZIONE DETTAGLIATA DI PROBLEMI DI MECCANICA	1
1.3	PROBLEMI DI MECCANICA	10
	<i>Cinematica</i>	10
	<i>Statica</i>	11
	<i>Dinamica</i>	15
	<i>Meccanica dei fluidi</i>	19
1.4	RISOLUZIONE DISCUSSA DEI PROBLEMI	25
	<i>Cinematica</i>	25
	<i>Statica</i>	31
	<i>Dinamica</i>	37
	<i>Meccanica dei fluidi</i>	53
1.5	PROBLEMI ED ESERCIZI AGGIUNTIVI	68
	<i>Cinematica</i>	68
	<i>Statica</i>	68
	<i>Dinamica</i>	70
	<i>Meccanica dei fluidi</i>	72
1.6	IMPOSTAZIONE E RISULTATI DEI PROBLEMI PROPOSTI	73
CAPITOLO 2	FENOMENI TERMICI	79
2.1	INTRODUZIONE	79
2.2	RISOLUZIONE DETTAGLIATA DI PROBLEMI SUI FENOMENI TERMICI	79
2.3	PROBLEMI ED ESERCIZI RELATIVI A FENOMENI TERMICI	82
2.4	RISOLUZIONE DEI PROBLEMI E DEGLI ESERCIZI	87
2.5	PROBLEMI ED ESERCIZI AGGIUNTIVI	105
2.6	IMPOSTAZIONE E RISULTATI DEI PROBLEMI PROPOSTI	108
CAPITOLO 3	ELETTRICITÀ E MAGNETISMO	111
3.1	INTRODUZIONE	111
3.2	RISOLUZIONE DETTAGLIATA DI PROBLEMI SUI FENOMENI ELETTRICI E MAGNETICI	111
3.3	PROBLEMI ED ESERCIZI RELATIVI A FENOMENI ELETTRICI E MAGNETICI	114
3.4	RISOLUZIONE DEI PROBLEMI E DEGLI ESERCIZI	121
3.5	PROBLEMI ED ESERCIZI AGGIUNTIVI	142
3.6	IMPOSTAZIONE E RISULTATI DEI PROBLEMI PROPOSTI	145
CAPITOLO 4	FENOMENI ONDULATORI	149
4.1	INTRODUZIONE	149
4.2	RISOLUZIONE DETTAGLIATA DI PROBLEMI SUI FENOMENI ONDULATORI	149
4.3	PROBLEMI ED ESERCIZI RELATIVI A FENOMENI ONDULATORI	154
	<i>Fenomeni ondulatori e acustica</i>	154
	<i>Ottica fisica e ottica geometrica</i>	157
4.4	RISOLUZIONE DEI PROBLEMI E DEGLI ESERCIZI	160
	<i>Fenomeni ondulatori e acustica</i>	160
	<i>Ottica fisica e ottica geometrica</i>	175

4.5	PROBLEMI ED ESERCIZI AGGIUNTIVI	192
4.6	IMPOSTAZIONE E RISULTATI DEI PROBLEMI PROPOSTI	194
CAPITOLO 5 MATERIA E RADIAZIONE		197
5.1	INTRODUZIONE	197
5.2	RISOLUZIONE DETTAGLIATA DI PROBLEMI	197
5.3	PROBLEMI ED ESERCIZI SU STRUTTURA DELLA MATERIA, FISICA DELLE RADIAZIONI, TECNICHE STRUMENTALI	203
	<i>Materia e radiazioni</i>	203
	<i>Tecniche strumentali</i>	209
5.4	RISOLUZIONE DEI PROBLEMI E DEGLI ESERCIZI	210
	<i>Materia e radiazioni</i>	210
	<i>Tecniche strumentali</i>	233
5.5	PROBLEMI ED ESERCIZI AGGIUNTIVI	237
	<i>Materia e radiazioni</i>	237
	<i>Tecniche strumentali</i>	239
5.6	IMPOSTAZIONE E RISULTATI DEI PROBLEMI PROPOSTI	240

MECCANICA: Cinematica, Statica, Dinamica e Meccanica dei fluidi

1.1 INTRODUZIONE

In questo Capitolo vengono descritti in dettaglio i ragionamenti che portano alle risoluzioni di problemi di Meccanica, e altri problemi, risolti nel paragrafo successivo, sia generici che applicati a sistemi biologici e fenomeni naturali con una suddivisione fra Cinematica (1-21), Statica (22-36), Dinamica (37-78) e Meccanica dei fluidi (79-127). Ulteriori problemi sono proposti nel § 1.5, con l'impostazione della loro risoluzione e il relativo risultato riportato nel § 1.6.

1.2 RISOLUZIONE DETTAGLIATA DI PROBLEMI DI MECCANICA

PROBLEMA A

Calcolare la forza che agisce sulla testa del femore per un soggetto pesante 85 kg in posizione eretta, in equilibrio su un piede solo. Si consideri la forza dei muscoli adduttori diretta a 70° rispetto all'orizzontale, la massa della gamba pari ad un settimo di quella del corpo, con il baricentro del corpo posto in linea col piede, come mostrato nella Fig. 1.1.

Soluzione

La risoluzione dei problemi di Statica comporta l'applicazione delle condizioni di equilibrio traslazionale (risultante $\mathbf{R}$ delle forze agenti sul sistema uguale a zero) e rotazionale (somma dei momenti di tali forze, calcolati rispetto ad uno stesso punto O , uguale a zero):

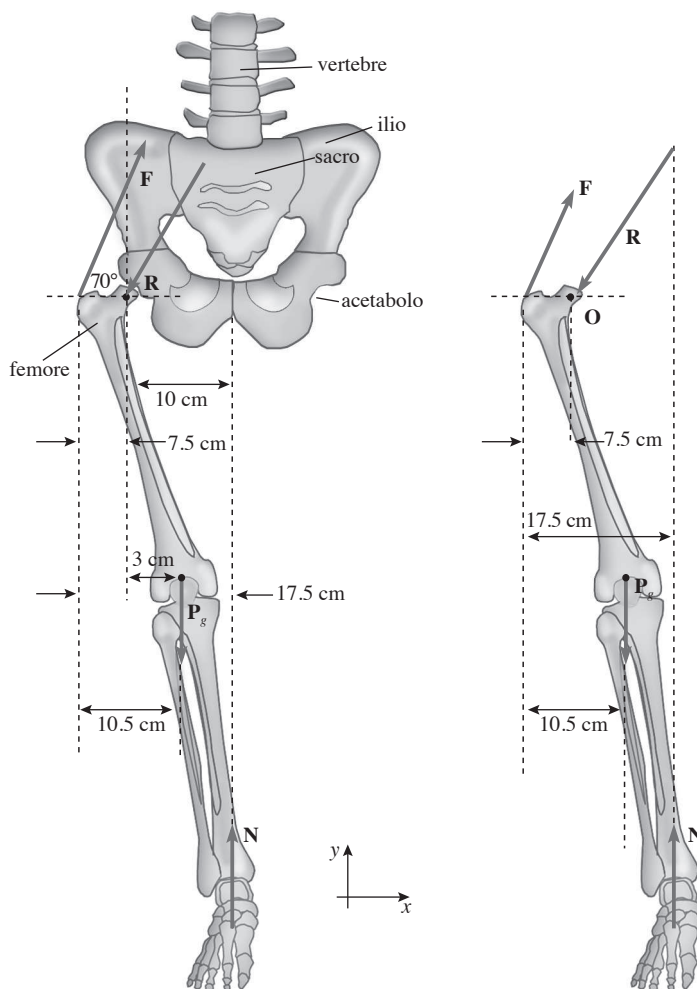


Figura 1.1

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots = \mathbf{R} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 + \dots = 0. \quad (\text{A.2})$$

Questo sistema di due relazioni vettoriali, in cui compaiono forze, distanze o angoli incogniti, viene risolto trasformandolo in un sistema di relazioni scalari tra le componenti dei vettori lungo opportuni assi coordinati. Di solito il sistema di coordinate è cartesiano (potrebbe essere anche un sistema di coordinate polari), la cui terna di assi viene fissata in modo da semplificare sia il calcolo numerico delle incognite, sia la rappresentazione grafica del sistema.

Anche il punto O , rispetto a cui calcolare tutti i momenti delle forze, è scelto in modo da semplificare i calcoli dell'equilibrio.

Dalle due relazioni vettoriali (A.1) e (A.2) si ottengono quindi sei relazioni scalari che devono essere contemporaneamente soddisfatte:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots = R_x = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots = R_y = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + \dots = R_z = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$M_{1x} + M_{2x} + M_{3x} + \dots = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$M_{1y} + M_{2y} + M_{3y} + \dots = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$M_{1z} + M_{2z} + M_{3z} + \dots = 0. \quad (\text{A.8})$$

Lo stato di equilibrio si semplifica notevolmente introducendo l'approssimazione, piuttosto buona nel nostro caso, di considerare le forze giacenti tutte nello stesso piano. Infatti, avendo l'avvertenza di scegliere il punto O , rispetto a cui calcolare i momenti delle forze, sul piano, che definiamo x, y , le condizioni (A.5), (A.6) e (A.7) sono automaticamente soddisfatte (la componente lungo z delle forze è nulla e le componenti in x e y dei momenti delle forze sono tutte nulle), per cui l'equilibrio viene determinato dalle sole 3 relazioni (A.3), (A.4) e (A.8).

Nei problemi di Statica è sempre necessario individuare la presenza di vincoli e delle relative reazioni vincolari. Un vincolo corrisponde ad un elemento geometrico (un punto, un asse di rotazione oppure una superficie) che limita la mobilità di un corpo: i vincoli fissi ideali sono elementi che non si spostano né si deformano sotto l'azione di forze. Ad essi corrispondono delle forze di reazione vincolare uguali in modulo, ma opposte alle forze che agiscono sul vincolo. Ne è un esempio pratico il piano orizzontale su cui è posto un corpo: la forza peso che agisce sul corpo è bilanciata dalla reazione vincolare, uguale ed opposta, che impedisce al corpo di cadere.

In generale lo scopo di studiare l'equilibrio di un'articolazione, oltre alla comprensione del suo funzionamento dettagliato, è quello di conoscere l'azione di alcune forze che sono in parte o completamente incognite, come è il caso di questo problema, dove sono note le seguenti forze (Fig. 1.1): $\mathbf{N}$ (reazione vincolare del suolo che blocca il moto verticale del corpo determinato dalla forza peso $\mathbf{P}$ del corpo) e $\mathbf{P}_g$ (forza peso della gamba applicata al suo baricentro) e la sola direzione di $\mathbf{F}$. Le incognite sono il modulo di $\mathbf{F}$ e il vettore $\mathbf{R}$ (cioè le sue componenti R_x e R_y).

Abbiamo allora le tre relazioni di equilibrio:

$$F_x + P_{gx} + N_x + R_x \dots = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$F_y + P_{gy} + N_y + R_y \dots = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$M_{Fz} + M_{Pgz} + M_{Nz} + M_{Rz} \dots = 0. \quad (\text{A.11})$$

Scegliendo ora come punto O , rispetto a cui calcolare i momenti delle forze citate, il punto che coincide con la testa del femore, il momento della forza $\mathbf{R}$ sarà nullo (il braccio del momento è zero) $\mathbf{M}_R = 0$. Visto che ci limitiamo al solo piano x, y , le relazioni di equilibrio si riducono quindi alle (Fig. 1.1), essendo $N = -P = -85 \text{ kg}$:

$$F \cos 70^\circ - R_x = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$F \sin 70^\circ - P/7 + P - R_y = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$F \cdot 7.5 \text{ cm} \cdot \sin 70^\circ + 3 \text{ cm} \cdot 85 \text{ kg}/7 - 85 \text{ kg} \cdot 10 \text{ cm} = 0. \quad (\text{A.14})$$

Dalla (A.14) si ottiene $F = 115.44 \text{ kg}$, che inserita nelle altre due, fornisce $R_x = 39.48 \text{ kg}$ e $R_y = 181.34 \text{ kg}$. Ne risulta che

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 185.59 \text{ kg}$$

e che l'angolo rispetto all'orizzontale formato dal vettore $\mathbf{R}$ è dato da $\theta = \arcsin R_y/R = 77.7^\circ$ (Fig. 1.1).

Su questi risultati si possono svolgere varie considerazioni. Prima di tutto si osservi che lo stato di equilibrio su un piede solo si verifica normalmente nella deambulazione, passando alternativamente dall'equilibrio su un piede all'equilibrio sull'altro piede. Poi il risultato dell'equilibrio fornisce una forza $\mathbf{R}$ che agisce sulla testa del femore, di modulo assai rilevante, pari circa 2.2 volte la forza peso $\mathbf{P}$ del corpo: ciò significa che lo sforzo sulle cartilagini di questa articolazione è notevole e che ci si può aspettare una loro consistente usura nel tempo, fatto che spesso si verifica negli anziani, con la necessità di sostituire l'articolazione con protesi. Anche il valore dell'angolo θ , direzione dell'azione della forza $\mathbf{R}$, riveste particolare importanza, in quanto il tessuto osseo tende a crescere nella direzione della forza su di esso applicata.

PROBLEMA B

Un cacciatore dispone di un arco per colpire un animale appeso al ramo di un albero. L'arco viene puntato direttamente sull'animale, non tenendo conto che il dardo seguirà una traiettoria parabolica e quindi cadrà sotto il suo bersaglio. L'animale, visto partire il dardo, si lascia cadere per evitarlo. Dimostrare che l'animale sarà colpito, indipendentemente dalla velocità iniziale del dardo, purché questa sia sufficiente a percorrere la distanza orizzontale tra il cacciatore e l'albero, prima di arrivare al suolo. Si verifichi numericamente il problema assumendo la distanza tra l'albero e il cacciatore di 55 m, la velocità iniziale del dardo di 26 m/s e l'altezza dell'animale sul ramo, rispetto alla quota dell'arco, di 35 m.

Soluzione

I problemi di Cinematica si considerano risolti quando è conosciuta la legge oraria del moto $s = s(t)$ che permette di individuare il movimento in tutti i dettagli. Una volta nota la legge oraria, da essa si ricavano la velocità, l'accelerazione e le distanze (o la traiettoria) del moto. Lo spostamento s è un vettore che comporta quindi le tre leggi orarie scalari $s_x = s_x(t)$, $s_y = s_y(t)$ e $s_z = s_z(t)$. Si tratta allora in primo luogo di individuare una terna di assi cartesiani (oppure una terna di coordinate polari se il moto è di tipo rotazionale), solitamente si sceglie una terna che permetta sia di semplificare i calcoli, sia una rappresentazione grafica di facile comprensione.

In questo particolare caso si tratta di seguire due moti: quello del dardo e quello dell'animale e verificare se le due traiettorie si intersecano nello stesso momento. L'accelerazione di gravità $\mathbf{g}$ (verticale e costante) agisce su entrambi i corpi, la velocità iniziale v_0 è nulla per l'animale e diversa da zero per il dardo. Il moto dell'animale è verticale e uniformemente accelerato, mentre quello del dardo può essere scomposto nelle due componenti, verticale e parallela rispetto al suolo orizzontale (Fig. 1.2).

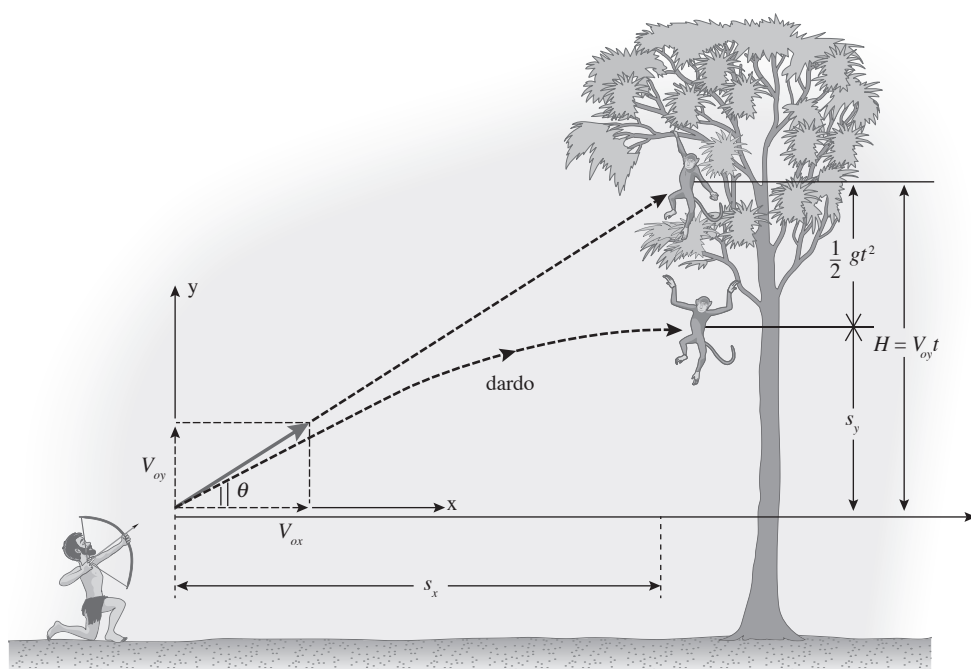


Figura 1.2

Consideriamo il moto del proiettile: l'angolo di lancio del dardo è dato da $\tan \theta = H/s_x$ e quindi $\theta = \arctan 35/55 = 32.5^\circ$. Esso si muove orizzontalmente a velocità costante $v_{ox} = v_0 \cos \theta = 21.94 \text{ m/s}$ e arriva quindi in prossimità dell'albero in un tempo $t_1 = s_x/v_{ox} = 55/21.94 \text{ s} = 2.51 \text{ secondi}$.

In assenza di gravità il dardo raggiungerebbe l'altezza H nello stesso tempo $t_1 = 2.51 \text{ s}$: $s_y = v_{oy} t = s_x v_{oy}/v_{ox} = s_x/\tan \theta = H$. Tuttavia, l'accelerazione di gravità sul dardo causa un'ac-

celerazione verticale diretta verso il suolo e nell'intervallo di tempo t_1 raggiunge un'altezza, al termine della traiettoria, data da:

$$s_y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 = H - \frac{1}{2} g t^2 = 35 \text{ m} - \frac{1}{2} 9.8 \text{ m s}^{-2} (2.51 \text{ s})^2 = 35 \text{ m} - 30.9 \text{ m} = 4.1 \text{ m.} \quad (\text{B.1})$$

Nello stesso intervallo di tempo la scimmia cade verticalmente da 30 m con la stessa accelerazione di gravità e arriva ad una quota dal suolo data da:

$$s_y = H - \frac{1}{2} g t^2 = 35 \text{ m} - \frac{1}{2} 9.8 \text{ m s}^{-2} (2.51 \text{ s})^2 = 35 \text{ m} - 30.9 \text{ m} = 4.1 \text{ m.} \quad (\text{B.2})$$

Come si vede, le due relazioni (B.1) e (B.2) sono identiche e forniscono risultati identici: l'animale viene colpito dal dardo.

PROBLEMA C

Un blocco di 4 kg si trova su un piano inclinato di un angolo $\theta = 15^\circ$. Il coefficiente d'attrito cinetico tra il blocco e il piano inclinato è $\mu_c = 0.46$. Si applica al blocco una forza $T = 55 \text{ N}$ parallela al piano inclinato. Determinare la velocità del blocco dopo aver percorso 4 metri su per il piano inclinato.

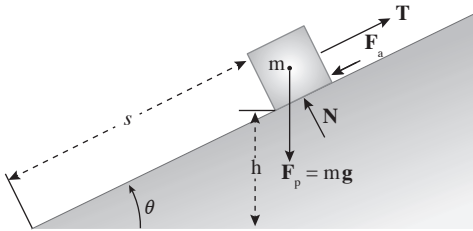


Figura 1.3

Soluzione

Questo caso è tipico di alcuni problemi di Cinematica che possono essere risolti sia (a) applicando il 2° principio della Dinamica e le formule per il moto con accelerazione costante, sia (b) utilizzando il principio di conservazione dell'energia.

(a) Nel primo caso, osservando la Fig. 1.3, consideriamo le forze che agiscono sul blocco in trazione: delle 4 forze, la forza $\mathbf{N}$, reazione vincolare del piano, è perpendicolare al moto e bilancia la componente della forza di gravità perpendicolare al piano: $N = mg \cos \theta$. La forza di gravità $\mathbf{F}_p = m\mathbf{g}$ si divide nelle due componenti, parallela e perpendicolare al piano: la prima ($mg \sin \theta$) è efficace al fine del moto del blocco, la seconda, come detto, viene equilibrata dalla reazione vincolare. La forza di trazione $\mathbf{T}$ e quella opposta d'attrito $\mathbf{F}_a$ avente modulo $F_a = \mu_c N$, sono parallele al piano inclinato e sono efficaci nello stabilire le caratteristiche del moto. Essendo s e a rispettivamente la distanza percorsa e l'accelerazione lungo il piano inclinato, per il 2° principio della Dinamica avremo:

$$T - \mu_c mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma,$$

da cui si ottiene l'accelerazione costante in modulo, direzione e verso:

$$a = T/m - \mu_c g \cos \theta - g \sin \theta.$$

Note l'accelerazione e lo spazio percorso (dato nel problema), dalle relazioni cinematiche relative al moto uniformemente accelerato: $s = s_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$ e $v = v_o + a t$, si ottiene, eliminando il tempo, una relazione generale fra velocità ed accelerazione:

$$v^2 = v_o^2 + 2 a (s - s_o),$$

che in questo caso, assumendo $v_o = 0$ e $s_o = 0$, fornisce:

$$\begin{aligned} v^2 &= 2 a s = 2(T/m - \mu_c g \cos \theta - g \sin \theta) s = \\ &= 2 \cdot (55 \text{ N/4 kg} - 0.46 \cdot 9.8 \text{ m s}^{-2} \cos 15^\circ - 9.8 \text{ m s}^{-2} \sin 15^\circ) \cdot 4 \text{ m} = \\ &= 25.92 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}, \quad \text{da cui} \quad v = 5.09 \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$

(b) Il problema si risolve in modo più semplice applicando il teorema dell'energia cinetica: $L = \Delta T$. Dove L è il lavoro complessivo compiuto dalle 4 forze. La reazione vincolare N non compie lavoro essendo perpendicolare al moto, la forza peso, essendo conservativa, dà luogo ad una differenza di energia potenziale

$$U_1 - U_2 = L = m g h_1 - m g h_2 = m g s_o - m g \sin \theta = m g \sin \theta,$$

essendo $s_o = 0$. La forza di trazione compie il lavoro $T \cdot s$, mentre quella d'attrito esegue un lavoro resistivo pari a: $-\mu_c m g s \cos \theta$. Abbiamo quindi, essendo $v_o = 0$:

$$L = T \cdot s - m g s \sin \theta - \mu_c m g s \cos \theta = \Delta T = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} m v^2,$$

da cui si ottiene:

$$v^2 = 2 \cdot (T \cdot s/m - g s \sin \theta - \mu_c m g s \cos \theta),$$

relazione identica a quella sopra ottenuta dalle relazioni cinematiche.

PROBLEMA D

Un cannone, montato su ferrovia, di massa pari a 80 tonnellate spara un proiettile di artiglieria di 500 kg ad un angolo di 45° e con una velocità d'uscita dalla bocca di fuoco di 230 m/s. Calcolare la velocità di rinculo del cannone.

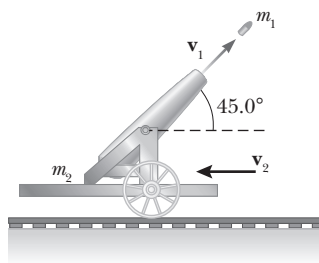


Figura 1.4

Soluzione

Come affermato nel problema precedente, si tratta anche qui di applicare le conseguenze dei principi della Dinamica. In questo caso particolare, essendo il moto dei corpi (proiettile e cannone) un moto di traslazione, viene applicata la conservazione della quantità di moto, derivante dal 3° principio della Dinamica.

In un sistema di riferimento cartesiano mostrato in Fig. 1.4, la conservazione della quantità di moto nella direzione orizzontale è data da:

$$0 \text{ (quantità di moto prima dello sparo)} = p_{1x} + p_{2x} \text{ (quantità di moto dopo lo sparo)}$$

da cui

$$m_1 v_{1x} = -m_2 v_{2x},$$

che diventa:

$$m_1 v_1 \cos 45^\circ = 500 \text{ kg} \cdot 230 \text{ m s}^{-1} \cos 45^\circ = 8.13 \cdot 10^4 \text{ kg m s}^{-1} = -8 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot v_{2x},$$

da cui risulta

$$v_{2x} = -1.06 \text{ m s}^{-1}, \quad \text{cioè circa } 3.7 \text{ km/h.}$$

Per quanto riguarda la componente verticale della quantità di moto, abbiamo:

$$p_y = m_1 v_{1y} = m_1 v_1 \sin 45^\circ = 500 \text{ kg} \cdot 230 \text{ m s}^{-1} 0.7 = 8.13 \cdot 10^4 \text{ kg m s}^{-1},$$

che origina un rinculo verticale del cannone assorbito dalla Terra. La Terra, solidale col cannone, rincula, ma avendo una massa enorme rispetto a quella del proiettile, la sua velocità è molto piccola, praticamente nulla.

PROBLEMA E

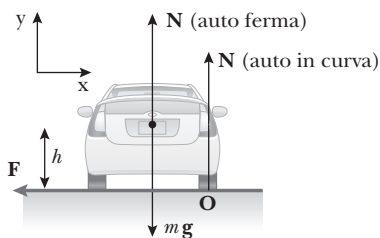
Calcolare la massima velocità di un'automobile che percorra senza danno una curva circolare del raggio di 40 metri su di una strada orizzontale, se il coefficiente di attrito statico fra le gomme e la strada è $\mu = 0.85$. La distanza fra le ruote è di 1.5 m ed il centro di gravità dell'auto si trova a 65 cm dal suolo. L'auto cappotterebbe oppure sbanderebbe se la velocità superasse questo valore massimo?

Soluzione

In Dinamica intervengono delle forze che determinano il moto dei corpi: per conoscere tutte le grandezze relative al sistema dinamico si devono valutare le forze e i loro momenti che agiscono sul sistema e applicare i tre principi della Dinamica, sia traslazionale che rotazionale, in modo da ottenere le risposte al problema. Per esempio qualche volta si tratta di individuare forze incognite e/o accelerazioni con cui ottenere la legge oraria, conseguenza delle forze presenti nel problema. Altre volte invece, lo stesso risultato si ottiene applicando il principio di conservazione dell'energia.

In ogni caso, come nei problemi precedenti, va subito individuato il sistema di riferimento da utilizzare, in modo da semplificare il calcolo e la comprensione del fenomeno. In questo caso utilizziamo un sistema di riferimento cartesiano, come mostrato in Fig. 1.5.

Figura 1.5



Il problema proposto riguarda la Dinamica nel moto circolare e quindi si dovranno valutare le forze, i momenti di tali forze e le caratteristiche del moto circolare. Poiché nel moto circolare l'accelerazione centripeta è legata alla velocità periferica, possiamo valutare la velocità richiesta dalla forza che fornisce l'accelerazione centripeta necessaria, cioè dalla forza d'attrito (orizzontale) che impedisce all'auto il moto rettilineo uniforme verso l'esterno della traiettoria circolare (sbandamento).

Il modulo della forza d'attrito *massima* che può avere luogo fra le gomme e la strada è $F = \mu N$, dove μ è il coefficiente di attrito statico e N è la reazione vincolare esercitata dal suolo sull'auto, che controbilancia la forza peso dell'auto, e quindi $F = \mu m g$. Questa forza d'attrito deve poter fornire una forza centripeta sufficiente a mantenere l'auto in carreggiata quando percorre la curva di raggio r alla massima velocità possibile:

$$\mu m g = m v^2 / r, \text{ da cui } v = \sqrt{\mu g r} = 18.25 \text{ m s}^{-1} = 65.21 \text{ km/h.}$$

La forza di attrito agisce sul piano stradale e non si applica al centro di massa dell'auto. Ne segue che, fornendo la forza centripeta necessaria a mantenere in carreggiata l'auto, si provoca un moto rotatorio intorno al centro di massa. Il punto di contatto fra auto e strada è il solo punto O (posto sotto la gomma che subisce il massimo attrito, l'altra tende a sollevarsi in curva) e quindi N deve agire attraverso questo punto. Poiché tuttavia la forza peso $P = m g = N$ si applica al centro di massa, abbiamo a che fare con due forze parallele che danno luogo ad una coppia, cioè ad un momento totale positivo che tende a riportare entrambe le ruote sulla strada impedendo il rovesciamento dell'auto. Vediamo il calcolo dettagliato.

La forza d'attrito F fornisce un momento rispetto al centro di massa (scelto per convenienza) pari a:

$$M_1 = -F h = -\mu N h = -\mu m g h = -\mu m g (0.65 \text{ m})$$

essendo h l'altezza del centro di massa rispetto al suolo. Il momento M_1 è ortogonale al piano della Fig. 1.5 e diretto verso l'interno del foglio. Per un centro di massa posto al centro dell'auto, il momento M_2 della forza $N = m g$ risulta essere (essendo L la larghezza dell'auto):

$$M_2 = m g L / 2 = m g (0.75 \text{ m}),$$

parallelo al precedente ma con verso opposto. Il momento totale risulta:

$$M_1 + M_2 = m g (0.75 \text{ m}) - 0.85 m g (0.65 \text{ m}) = + m g (0.20 \text{ m})$$

che essendo positivo comporta che il momento stabilizzante l'auto è maggiore di quello che tende a rovesciare l'auto, alla massima velocità permessa nella curva. Se questa velocità viene superata di poco l'auto non si cappotta, ma sbanda semplicemente (cioè procede di

moto rettilineo verso l'esterno della curva), dato che la forza centripeta non è sufficiente a fornire l'accelerazione centripeta necessaria a farle percorrere la curva, mentre il momento che causerebbe il cappottamento è minore di quello che tenderebbe a stabilizzare l'auto.

PROBLEMA F

Un'arteria ha un raggio di 3 mm e il sangue vi scorre alla portata di $1.4 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Calcolare (a) la velocità media del sangue; (b) la caduta di pressione in un tratto di arteria lungo 15 cm e (c) la potenza richiesta per mantenere questa portata nell'arteria.

Soluzione

La Meccanica dei fluidi si occupa delle forze che agiscono sui fluidi (gas o liquidi), in particolare le forze di pressione, quelle di attrito, le forze di tensione superficiale e le forze di natura elastica. I principi della Dinamica e le condizioni di equilibrio forniscono le leggi di moto dei fluidi e le relazioni di equilibrio che descrivono il comportamento del sistema fluido. Anche in questo caso è necessario individuare un sistema di riferimento: normalmente un asse coordinato coincidente con l'asse del condotto.

Quando si imposta la soluzione di un problema di Meccanica dei fluidi è necessario individuare il fenomeno alla base del problema: in questo caso si tratta di fluido-dinamica, cioè delle leggi che regolano i regimi di moto dei fluidi.

Nell'ipotesi di regime stazionario e di condotto orizzontale, implicita nella formulazione del problema, la velocità media nel condotto si ottiene dal rapporto fra portata e sezione del condotto (usando unità di misura pratiche, più adatte al caso):

$$v = Q/S = 1.4 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} / 3.14 (0.3 \text{ cm})^2 = 4.95 \text{ cm s}^{-1}.$$

La velocità critica separa il moto laminare da quello turbolento. La transizione si ha quando il numero di Reynolds $\Re = vd/(r\eta)$ raggiunge il valore critico di circa 1000. In questa relazione d è la densità del fluido, η la sua viscosità e r il raggio del condotto cilindrico. Essendo la densità del sangue circa uguale a quella dell'acqua, e avendo il sangue una viscosità di 0.04 poise, la velocità critica risulta:

$$\frac{\Re \eta}{dr} = \frac{1000 \cdot 0.04 \text{ poise}}{1 \text{ g cm}^3 \cdot 0.3 \text{ cm}} = 133 \text{ cm s}^{-1},$$

molto superiore alla velocità media effettiva di 4.95 cm s^{-1} e quindi il regime di moto è laminare. In questo regime la caduta di pressione si valuta applicando la formula di Poiseuille:

$$\frac{8 \eta L Q}{\pi r^4} = \frac{80.04 \text{ poise} \cdot 15 \text{ cm} \cdot 1.4 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}}{3.14 (0.3 \text{ cm})^4} = 264.21 \text{ barie} = 26.421 \text{ Pa}$$

che corrispondono a circa: $264.21 \text{ barie} \cdot 10^{-6} \cdot 760 \text{ mmHg barie}^{-1} = 0.20 \text{ mmHg}$. La potenza P , per mantenere questa portata nell'arteria, risulta essere:

$$P = \Delta p \cdot Q = 264.21 \text{ barie} \cdot 1.4 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} = 369.89 \text{ erg s}^{-1} = 3.70 \cdot 10^{-5} \text{ watt}.$$

Si tratta di pressioni e potenze molto molto piccole (il condotto corrisponde infatti ad una arteria di grandi dimensioni del diametro di 6 mm).

1.3 PROBLEMI DI MECCANICA

CINEMATICA

1.1 Uno sciatore viene ripreso da una cinepresa mentre scende da una discesa. Lo sciatore scende di 12 m al quarto secondo di filmato e di 16 m al sesto secondo. Quale distanza percorre dopo 10 secondi di filmato? Si assuma l'accelerazione costante per tutto il filmato.

1.2 Calcolare la velocità di partenza di una locusta che esegue un salto lungo 0.9 m, con un angolo di partenza di 45° .

1.3 In una centrifuga, di 30 cm di raggio, la provetta ruota a 15000 giri al minuto. Calcolare (a) la frequenza, il periodo e la velocità angolare (in radianti) della centrifuga, (b) la velocità periferica e l'accelerazione centripeta delle pareti della provetta.

1.4 Un salmone salta fuori dall'acqua alla velocità di 7 m s^{-1} . Calcolare la quota raggiunta sopra il livello dell'acqua e l'intervallo di tempo durante il quale resta fuori dall'acqua.

1.5 Il tempo di reazione di un comune conducente di automobile è circa di 0.75 secondi (intervallo di tempo tra la percezione del segnale d'arresto e l'applicazione dei freni). Se un'automobile ha una decelerazione di 7.16 m s^{-2} , calcolare la distanza percorsa prima dell'arresto, dopo la percezione del segnale, quando la velocità iniziale è di 130 km/h, velocità massima consentita sulle autostrade italiane.

1.6 Un ragazzo si trova sopra un cavalcavia ferroviario alto 16 metri rispetto alle rotaie e vede avvicinarsi un treno tirato da una locomotiva a vapore a velocità costante. Volendo far entrare un sasso nel fumaio lascia cadere il sasso quando il treno si trova a 25 metri di distanza dal cavalcavia. Il sasso colpisce il suolo 1.5 metri davanti al treno: calcolare la velocità del treno.

1.7 Un'automobile accelera da ferma con un'accelerazione costante di 2.6 m s^{-2} su una strada dove il traffico si muove a velocità costante di 25 m s^{-1} . Calcolare (a) quanto tempo impiega l'automobile a raggiungere tale velocità e (b) quanta strada viene percorsa in tale tempo.

1.8 Un vogatore attraversa un fiume largo 900 m dirigendo l'imbarcazione da una riva verso la riva opposta e vogando alla velocità di 3.6 km/h rispetto all'acqua. La velocità della corrente è di 7 km/h. Calcolare quanto tempo impiega ad attraversare il fiume e a quale distanza più a valle approderà.

1.9 Per ottenere la misura di una velocità sono state eseguite misure dirette di spazio percorso e di tempo col risultato: $x = (250 \pm 0.35) \text{ m}$, e $t = (16 \pm 0.07) \text{ secondi}$. Valutare l'errore sulla velocità.

1.10 In un incidente ferroviario il treno investitore ha raggiunto un ostacolo con una velocità di 45 km/h, dopo che i freni hanno iniziato a bloccare le ruote 260 metri prima dell'ostacolo, imprimendo al treno un'accelerazione negativa di 1.6 m s^{-2} . Determinare la velocità del treno prima dell'azione frenante.

1.11 Durante il rullaggio per il decollo, un Boeing Jumbo 747 accelera a 5 m s^{-2} . Se sono necessari 30 s per raggiungere la velocità di decollo, determinare la velocità di decollo e la distanza di rullaggio.

1.12 A quale accelerazione centrifuga è sottoposta una persona su una giostra del raggio di 10 metri che ruota con una frequenza di 30 giri al minuto?

1.13 Un'automobile sale lungo una strada avente una pendenza di 15° con una velocità costante di 60 km/h. Quali sono le componenti della velocità in direzione orizzontale e verticale? Quale altitudine raggiunge dopo 12 minuti?

1.14 La bussola di un aereo indica che sta puntando verso il nord mentre l'indicatore di velocità dell'aria mostra che esso si sposta a 220 km/h nell'aria. Se è presente un vento di 70 km/h da est ad ovest, calcolare la velocità dell'aereo relativamente al suolo.

1.15 Una palla da tennis viene servita orizzontalmente dall'altezza di 2.5 metri ad una velocità di 28 m s^{-1} . La rete si trova a 12 m di distanza ed è alta 90 cm. La palla riesce a superare la rete? A quale distanza cade la palla dal giocatore di servizio?

1.16 La legge oraria di un punto che si muove lungo una retta è $x = -2t^2 + 12t + 3$ (in unità del Sistema Internazionale), essendo x la coordinata lungo la retta. (a) Ricavare la velocità e l'accelerazione in funzione del tempo. (b) Considerando l'intervallo di tempo tra zero e 8 secondi, individuare quando il moto è accelerato e quando è ritardato.

1.17 Qual è la distanza corrispondente a 2 anni-luce? Quanto tempo impiega la luce a percorrere la distanza Terra-Sole (circa 150 milioni di km)? Quale distanza percorre la luce in un milionesimo di secondo?

1.18 Un atleta si piega sulle ginocchia e spingendosi verso l'alto esegue un salto: la quota percorsa nella fase di accelerazione corrisponde a poco meno della lunghezza della sua gamba (0.45 m), mentre la quota massima raggiunta è circa 1.1 metri oltre la metà dell'altezza del suo corpo (infatti, in posizione eretta, ruotando, è in grado di superare una quota corrispondente alla metà dell'altezza del corpo). Calcolare la velocità e l'accelerazione dello scatto verso l'alto.

1.19 Il piatto di un giradischi è accelerato da fermo alla velocità di 33.3 rpm in 1.5 secondi. Calcolare l'accelerazione angolare.

1.20 Un sasso lasciato cadere dalla cima di un edificio giunge al suolo dopo 3.0 s. Trovare la velocità del sasso al momento dell'impatto e l'altezza dell'edificio (trascurare la resistenza dell'aria).

1.21 Un martello cade e colpisce un tubo alla velocità di 9 m s^{-1} : da quale altezza è caduto?

STATICA

1.22 Individuare il centro di massa di un pezzo meccanico avente la forma di un disco del diametro di 6 cm e alto 2.5 cm, con saldata al centro una sbarra cilindrica con raggio di 1 cm e lunga 20 cm e costituito da un materiale omogeneo.



R. Cerbino

Problemi di Fisica Biomedica



www.edises.it



€ 19,00

